

第3节 空间点、线、面的位置关系综合小题 (★★☆)

强化训练

1. (2023·浙江杭州模拟·★) 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列结论正确的是 ()

- (A) 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$
- (B) 若 $m \perp \beta, m \subset \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$
- (C) 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$, 则 $m \perp \beta$
- (D) 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$

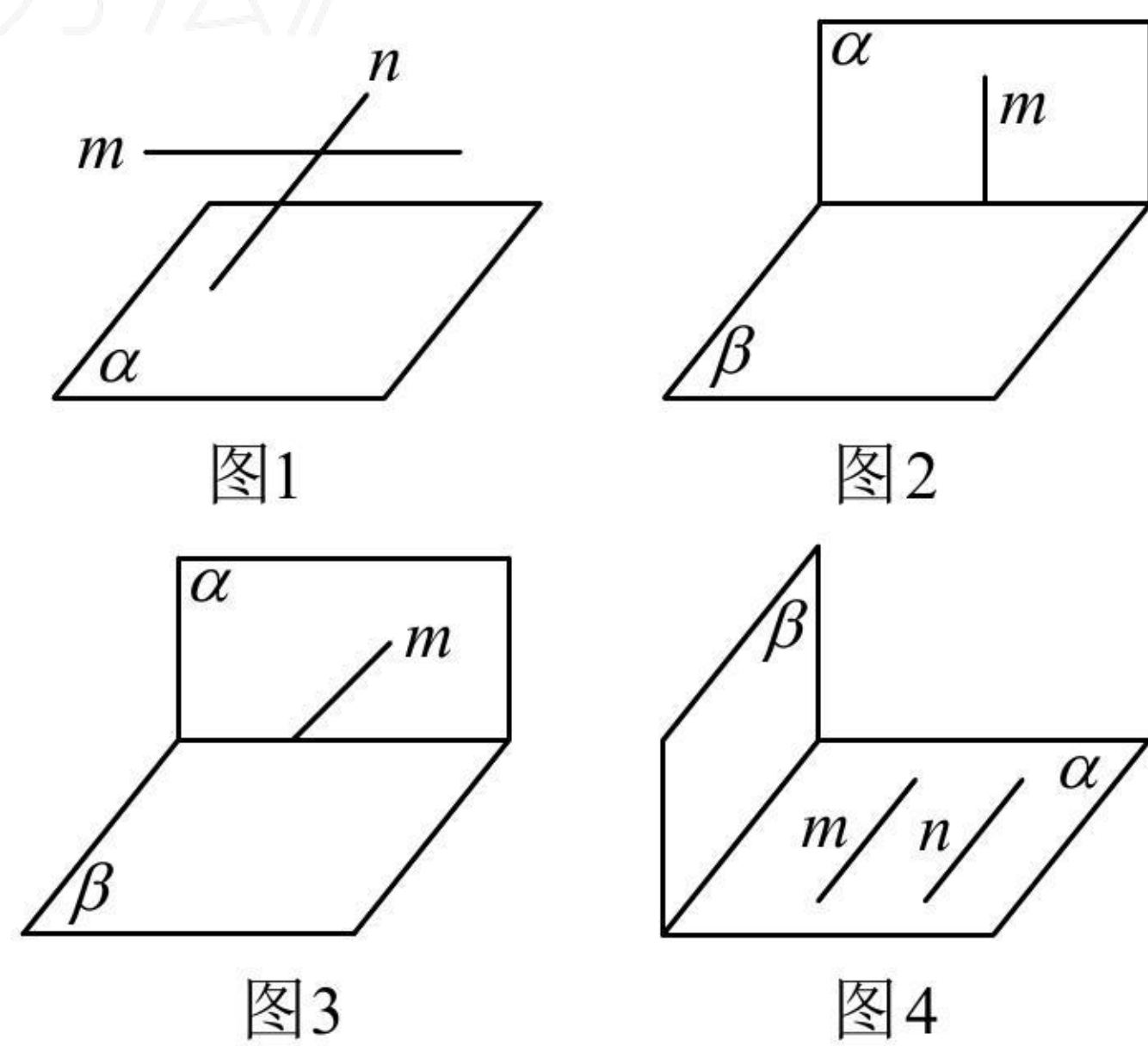
答案: B

解析: A 项, 如图 1, 满足 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 但 m 与 n 不平行, 故 A 项错误;

B 项, 如图 2, 由面面垂直的判定定理知 B 项正确;

C 项, 如图 3, 满足 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$, 但 m 与 β 不垂直, 故 C 项错误;

D 项, 如图 4, 满足 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 但 α 与 β 不平行, 故 D 项错误.



2. (2023·河北模拟·★★) (多选) 已知直线 a, b 和平面 α, β, γ , 下列选项能得到 $\alpha \perp \beta$ 的是 ()

- (A) $a \parallel \alpha, a \parallel \beta$
- (B) $\gamma \parallel \beta, \alpha \perp \gamma$
- (C) $\alpha \cap \beta = a, b \perp a, b \subset \beta$
- (D) $a \perp \beta, a \parallel \alpha$

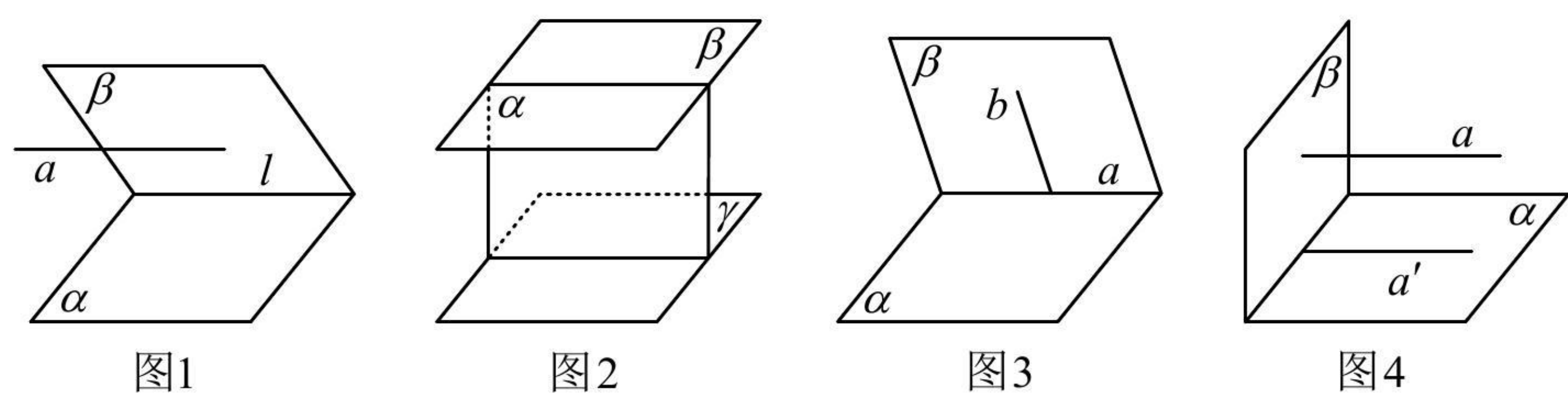
答案: BD

解析: A 项, 如图 1, 二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小可以改变, 只要 a 不在两个平面内, 且与交线 l 平行, 就能满足 A 项, 所以不一定能得到 $\alpha \perp \beta$, 故 A 项错误;

B 项, 如图 2, 能得到 $\alpha \perp \beta$, 故 B 项正确;

C 项, 如图 3, 改变二面角 $\alpha-a-\beta$ 的大小, 仍能满足所有条件, 不一定有 $\alpha \perp \beta$, 故 C 项错误;

D 项, $a \parallel \alpha \Rightarrow$ 在 α 内存在 a' , 使 $a \parallel a'$, 因为 $a \perp \beta$, 所以 $a' \perp \beta$, 从而 $\alpha \perp \beta$, 故 D 项正确.



3. (2023·全国模拟·★★★)(多选) 已知 m, n 为异面直线, 直线 l 与 m, n 都垂直, 则下列说法正确的是 ()

- (A) 若 $l \perp$ 平面 α , 则 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$
- (B) 存在平面 α , 使 $l \perp \alpha, m \subset \alpha, n \parallel \alpha$
- (C) 有且仅有一对互相平行的平面 α 和 β , 其中 $m \subset \alpha, n \subset \beta$
- (D) 有且仅有一对互相垂直的平面 α 和 β , 其中 $m \subset \alpha, n \subset \beta$

答案: BC

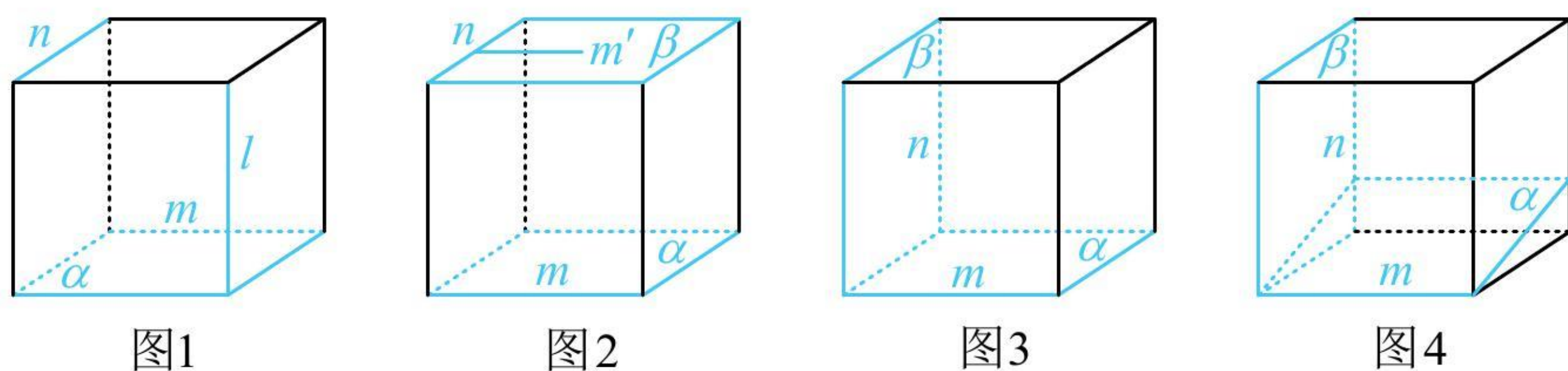
解析: 条件中有平行、垂直、异面, 直接想象不易, 而正方体中有这些位置关系, 故考虑用正方体来分析,

A 项, 如图 1 所示的情形满足 $l \perp \alpha, l$ 与 m, n 都垂直, 但 $m \subset \alpha$, 故 A 项错误;

B 项, 图 1 所示的情形即为满足 B 选项的一种情况, 故 B 项正确;

C 项, 如图 2, 图中画出了一对互相平行的平面 α, β , 且 $m \subset \alpha, n \subset \beta$, 除此之外, 没有其它满足要求的平行平面了, 这是因为由 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha$ 可得 $m \parallel \beta$, 所以在 β 内必定存在直线 m' 与 m 平行, 由于 m, n 是异面直线, 所以 m' 与 n 相交, 两条相交直线可唯一确定一个平面 β , 同理, α 也是唯一的, 故 C 项正确;

D 项, 如图 3 和图 4, m, n, β 是一样的, α 不同, 都能满足 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$, 故 D 项错误.



4. (2023·四省联考·★★★)(多选) 已知平面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta = l, B, D$ 是 l 上两点, 直线 $AB \subset \alpha$ 且 $AB \cap l = B$, 直线 $CD \subset \beta$ 且 $CD \cap l = D$, 下列结论中, 错误的有 ()

- (A) 若 $AB \perp l, CD \perp l$, 且 $AB = CD$, 则 $ABCD$ 是平行四边形
- (B) 若 M 是 AB 中点, N 是 CD 中点, 则 $MN \parallel AC$
- (C) 若 $\alpha \perp \beta, AB \perp l, AC \perp l$, 则 CD 在 α 上的射影是 BD
- (D) 直线 AB, CD 所成角的大小与二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小相等

答案: ABD

解析: A 项, 如图 1, $ABCD$ 是空间四边形, 不是平行四边形, 故 A 项错误;

B 项, 如图 2, MN 和 AC 是异面直线, 故 B 项错误;

C 项, 给出了两个线线垂直, 先用它们推线面垂直, 如图 3, $\begin{cases} AB \perp l \\ AC \perp l \end{cases} \Rightarrow l \perp$ 平面 $ABC \Rightarrow l \perp BC$, 结合 $\alpha \perp \beta$

可得 $BC \perp \alpha$ ，所以 CD 在 α 上的射影是 BD ，故 C 项正确；

D 项，由二面角的平面角的定义可得 D 项错误，若不放心，可考虑极端情况，如图 4，在二面角 $\alpha-l-\beta$ 中，假设 AB, CD 都近似与 l 重合，则直线 AB, CD 所成的角就接近 0，不等于二面角 $\alpha-l-\beta$ （图中的 $\angle EBF$ 是其平面角），故 D 项错误。

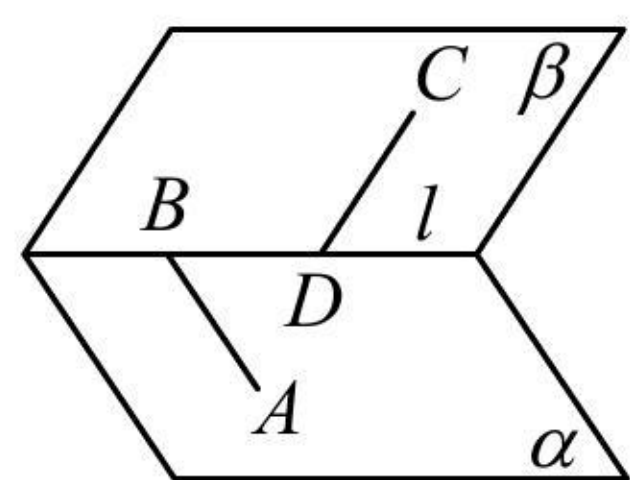


图1

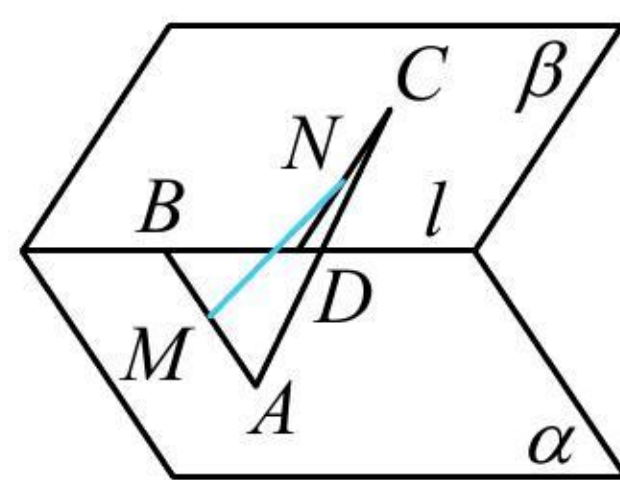


图2

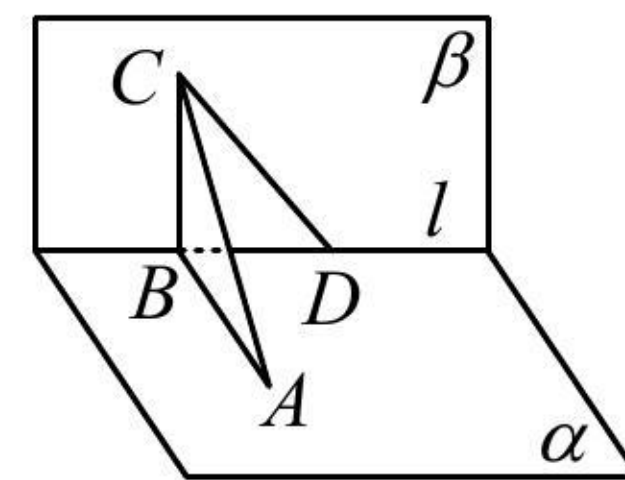


图3

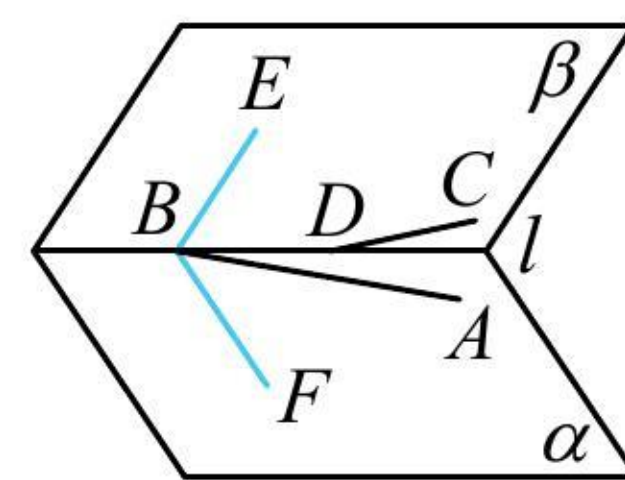


图4